ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΕΤΑΡΤΗ 17ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2019

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών.

Α2. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

« Για κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση f: $A \to \mathbb{R}$, αν ισχύει ότι $f'(x)=0$ για κάθε $x \in A$, τότε η f είναι σταθερή στο Α »

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα **α.**

Α3. Αν δύο μεταβλητά μεγέθη x, y συνδέονται με τη σχέση $y=f(x)$, όπου f είναι μια συνάρτηση παραγωγίσιμη στο x_o, τότε τι ονομάζεται ρυθμός μεταβολής του y ως προς x στο σημείο x_o ;

Α4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν η f είναι συνεχής σε διάστημα Δ και $\alpha, \beta, \gamma \in \Delta$ τότε ισχύει $\int_\alpha^\beta f(x)dx + \int_\beta^\gamma f(x)dx = \int_\gamma^\alpha f(x)dx$

β) Οι κανόνες de l' Hospital δεν ισχύουν για πλευρικά όρια.

γ) Για κάθε συνεχή συνάρτηση f σ' ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$ με $f(x)\geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$ ισχύει $\int_\alpha^\beta f(x)dx \geq 0$

δ) Αν f είναι συνεχής συνάρτηση στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m

ε) Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f στα σημεία καμπής της ''διαπερνά'' την C_f

Μονάδες 8+1+3+3+10

ΘΕΜΑ Β

Έστω η συνάρτηση $f(x)=(x-e^x)e^{-x}$

Β1. Να μελετήσετε την f ως προς μονοτονία, ακρότατα, κοίλα και σημεία καμπής.

Μονάδες 6

Β2. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τις ασύμπτωτες και τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες συντεταγμένων.

Μονάδες 6

Β3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται απ' την C_f, τους άξονες συντεταγμένων και την ευθεία $x=1$

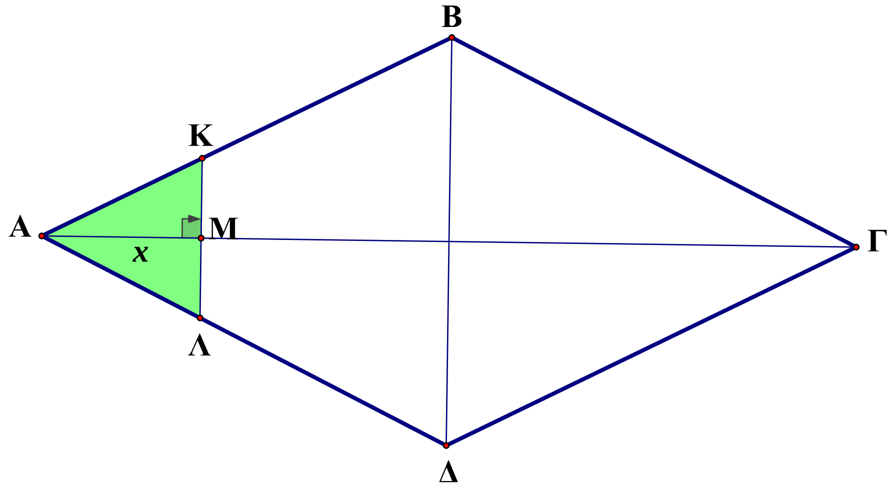
Μονάδες 7

Β4. Να χαραχθεί η C_g όπου $g(x)=f(x)+1$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Οι διαγώνιοι του παρακάτω ρόμβου ΑΒΓΔ είναι ΑΓ=2, ΒΔ=1 και έστω σημείο Μ που διατρέχει τη διαγώνιο ΑΓ κινούμενο απ' το Α προς το Γ



Γ1. Να εκφράσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ συναρτήσει του x=ΑΜ και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου δίνεται απ' τη συνάρτηση

$$\mathrm{f}(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}x^2 &, \quad 0<x\le 1 \\ -\frac{1}{2}(x-2)^2+1, & \quad 1<x\le 2 \end{cases}$$

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{f}(x)\,\text{ημ}\left(\frac{1}{x}\right)+\text{συν}x-1+x}{\mathrm{f}(x)+\text{ημ}x}$

Μονάδες 5

Γ3. Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να σχεδιαστούν οι γραφικές παραστάσεις των f και f^{-1} στο ίδιο σύστημα αξόνων.

Μονάδες 8

Γ4. Να λύσετε την εξίσωση $\ln^2 x+(x-2)^2=2$ στο διάστημα (1, 2)

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ότι η συνάρτηση $f(x) = \alpha\ln x - (x-2)^2$ όπου $x>0$ και $\alpha\in\mathbb{R}$ παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο $x_0=1+\sqrt{\frac{3}{2}}$

Να αποδείξετε ότι:

Δ1. $\alpha=1$ και f κοίλη στο διάστημα $\Delta=(0, +\infty)$

Μονάδες 6

Δ2. η εξίσωση $f(x)=0$ έχει ακριβώς δύο ρίζες στο Δ

Μονάδες 9

Δ3. $f(x) \le 3x - 4$ για κάθε $x\in\Delta$

Μονάδες 5

Δ4. $\int_1^2 f(x)\eta\mu x\,dx < 1$

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!